



# Introdução a Computação



# Prof.

Luís Fernando GARCIA

[luis@Garcia.pro.br](mailto:luis@Garcia.pro.br)

[www.Garcia.pro.br](http://www.Garcia.pro.br)

# Aula 8

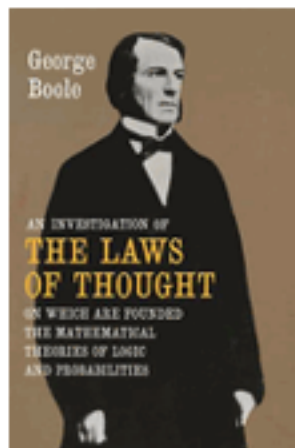
## Álgebra Booleana



# Origem / História

## ■ Álgebra Booleana

- Retribuição da comunidade científica ao matemático inglês George Boole (1815-1864) que desenvolveu uma análise matemática sobre Lógica.
  
- 1938 – Claude Shannon (MIT) utilizou os conceitos de álgebra para o projeto circuitos de chaveamento que usavam relés, criando a **eletrônica digital**.



AN INVESTIGATION

OF

THE LAWS OF THOUGHT,

ON WHICH ARE FOUNDED

THE MATHEMATICAL THEORIES OF LOGIC AND  
PROBABILITIES.

BY

GEORGE BOOLE, LL. D.

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN QUEEN'S COLLEGE, CORK.

# As Leis do Pensamento ...

THE LAWS OF THOUGHT,

ON WHICH ARE FOUNDED

THE MATHEMATICAL THEORIES OF LOGIC AND  
PROBABILITIES.

BY

GEORGE BOOLE, LL. D.  
PROFESSOR OF MATHEMATICS IN QUEEN'S COLLEGE, CORK.

# Álgebra Booleana



# Álgebra Booleana

- Trata de variáveis e operações a serem realizadas com essas variáveis.
  
- Exemplos de expressões:
  - A lâmpada acenderá se o sinal de A estiver presente.
  - A lâmpada acenderá se a chave A e a chave B estiverem fechadas.
  - A lâmpada somente acenderá se o sinal A não estiver presente.

# Álgebra Booleana

- ▶ Abstraindo ...
- ▶ **Quem pode entrar na FESTA 😊 ?**
- ▶ Convite = Somente vestido sapato e calça social ...
- ▶ Então:
- ▶ Se tiver vestindo sapato e BERMUDA → NÃO ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo tênis e calça → NÃO ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo bermuda e chinelo → NÃO ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo sapato e CALÇA → ENTRA

Sapato	Calça	Resultado

# Álgebra Booleana

- ▶ Abstraindo ...
- ▶ **Quem pode entrar na FESTA 😊 ?**
- ▶ Convite = Somente vestido sapato **ou** calça social ...
- ▶ Então:
- ▶ Se tiver vestindo sapato e BERMUDA → ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo tênis e calça → ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo bermuda e chinelo → NÃO ENTRA
- ▶ Se tiver vestindo sapato e CALÇA → ENTRA

Sapato	Calça	Resultado

# Álgebra Booleana

- Define a existência de três operações fundamentais:
  - NÃO, NOT,  $-$
  - OU, OR,  $+$
  - E, AND,  $.$
- Além das variáveis, representadas por letras, tendo um de dois valores lógicos
  - 0 ou 1, Falso ou Verdadeiro



# Operadores Lógicos

- **OU, OR, "+":** Resulta em 1 se pelo menos uma das variáveis operadas valer 1.
- Tabela-verdade:

$$\text{Ex: } F = A + B + C$$

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A+B</b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **E, AND, ".": Resulta em 1 se todas as variáveis operadas valerem 1.**
- Tabela-verdade:

Ex:  $F = A . B$

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A . B</b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- **NÃO, NOT, “ $\bar{\phantom{A}}$ ”, negação, complementação, inversão:** Inverte o estado da variável (ou expressão).
- Tabela-verdade:

<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

$$\text{Ex: } A = \bar{A}$$



- **OU Exclusivo, XOR, “ $\oplus$ ”**: resulta em 1 se apenas uma das variáveis operadas valer 1.
- Tabela-verdade:

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\text{Ex: } F = A \oplus B$$



$$F = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

# Tabela Verdade

Representam todas as possíveis combinações das variáveis de entrada de uma função, e os respectivos valores de saída.

Sinais de Entrada	A	B	S	Sinal de Saída
Combinções de Valores de Entrada Possíveis	0	0	0	Combinções de Valores de Saída Resultantes
	0	1	1	
	1	0	1	
	1	1	1	

2<sup>n</sup> combinações

# Expressões Booleanas

- Expressões formadas por sinais de entrada ligados por conectivos lógicos, produzindo como resultado um único sinal de saída.

$$\mathbf{S = A \cdot B + \bar{C}}$$

- O comportamento de qualquer expressão booleana pode ser totalmente determinado através da construção de sua tabela-verdade.

- Resolvemos sempre da esquerda para a direita ...



- A construção de tabelas-verdade deverá respeitar a ordem de precedência:

Ordem:      1° ( )      2° NÃO      3° E      4° OU

$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$



Entradas		Resultados Intermediários				Saída
A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$	
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0



# Outra possibilidade

Tabela verdade  $\rightarrow$  Expressão Lógica



# Soma dos Produtos

Técnica 1

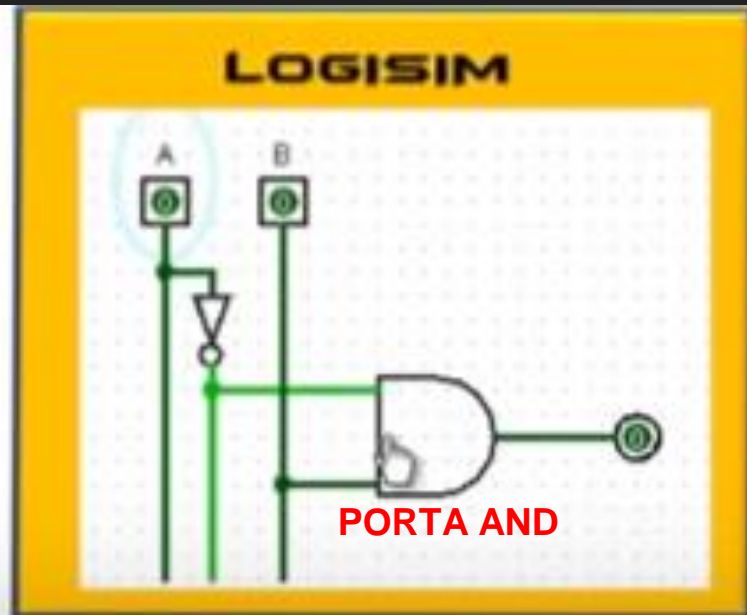
**SOMA DOS PRODUTOS:**

Separa as linhas que possui como saída o bit 1. Usa-se uma porta AND para combinar as entradas das seguinte forma: A entrada que apresenta o bit 1 fica normal e a entrada que apresentar o bit 0 fica negada.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

 $\bar{A} \cdot B$ 

Veja no  
simulador



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

←  $\bar{A} \bar{B} C$

←  $\bar{A} B C$

←  $A B \bar{C}$

**SOLUÇÃO:**

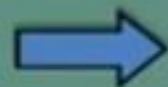
$$\bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B C + A B \bar{C}$$

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

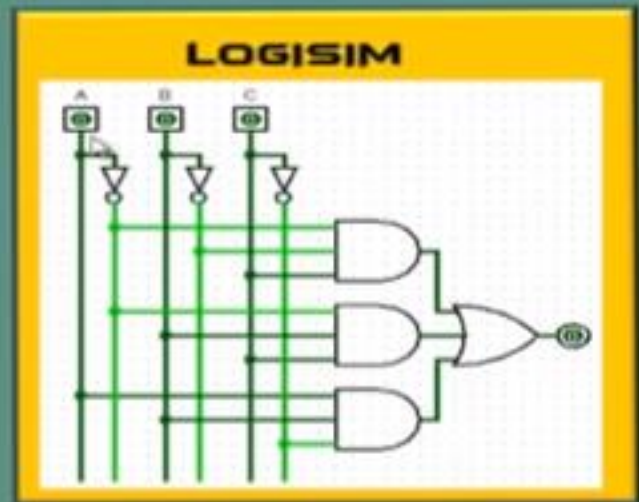
←  $\bar{A} \bar{B} C$

←  $\bar{A} B C$

←  $A B \bar{C}$



Veja no  
simulador



**SOLUÇÃO:**

$$\bar{A} \bar{B} C + \bar{A} B C + A B \bar{C}$$

# Produto das Somas

## Técnica 2

**PRODUTO DAS SOMAS:**

Separa as linhas que possui como saída o bit 0. Usa-se uma porta OR para combinar as entradas das seguinte forma: A entrada que apresenta o bit 0 fica normal e a entrada que apresentar o bit 1 fica negada.

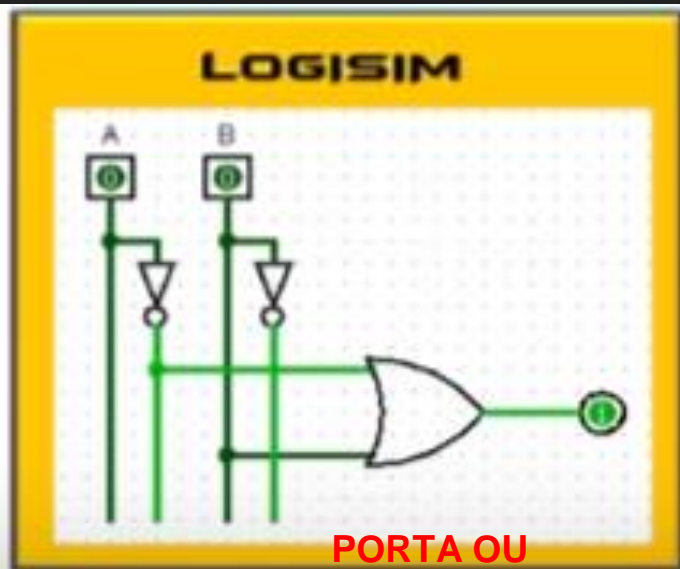
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



$$\bar{A} + B$$



Veja no  
simulador



A	B	C	S	
0	0	0	0	← $A+B+C$
0	0	1	1	
0	1	0	0	← $A+\bar{B}+C$
0	1	1	1	
1	0	0	0	← $\bar{A}+B+C$
1	0	1	0	← $\bar{A}+B+\bar{C}$
1	1	0	1	
1	1	1	0	← $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

**SOLUÇÃO:**

$$(A+B+C) - (A+\bar{B}+C) - (\bar{A}+B+C) - (\bar{A}+B+\bar{C}) - (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

# Exercícios em DUPLAS

Folha Anexa Distribuída